

单元一 的简易短题目

1. 设  $y = e^{\frac{x^2}{2}}$ 。
  - (a) 利用梯形法则将区间分成 5 个子区间，估计  $\int_0^2 y \, dx$ 。
  - (b) 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。
  - (c) 判别 (a) 部所得的估计值是过高还是过低。解释你的答案。
2. 设  $\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\ln x)^3}{x} + \frac{2x}{x^2+1}$ 。已知当  $x=1$  时， $y=0.25$ 。利用代换积分法，以  $x$  表  $y$ 。
3.
  - (a) 依  $x$  的升幂次序展开  $2 - e^{2x}$  至含  $x^2$  的项为止。
  - (b)  $(kx + 2)^2(2 - e^{2x})$  的展开式中  $x^2$  的系数为  $-23$ ，其中  $k$  为一常数。求  $k$ 。
4. 设  $C$  为曲线  $y = 12x - 2x^2$ 。求
  - (a)  $\frac{dy}{dx}$ ；
  - (b)  $C$  的切线  $L$  的方程，其中  $L$  平行于直线  $8x + y = 0$ 。
5. 已知  $y = e^{kx}(3x + 1)$ ，其中  $k$  为一常数。
  - (a) 以  $k$  表  $\frac{dy}{dx}$  及  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。
  - (b) 若  $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ ，求  $k$ 。
6. 设  $C$  为曲线  $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ 。求
  - (a)  $C$  的极点，
  - (b)  $C$  与  $x$  轴围成的区域的面积。

高中数学延伸部分专责委员会 (照顾学习多样性的强化措施)  
所建议的简易短题目示例

7. 当一个球状的气球膨胀时，其半径  $r$  cm 于  $t$  s 后为  $r = 2t^{\frac{1}{2}}$ ，其中  $0 \leq t \leq 9$ 。气球的体积及表面积分别为  $V$  cm<sup>3</sup> 及  $A$  cm<sup>2</sup>。求
- (a) 当  $t = 4$  时  $\frac{dV}{dt}$  的值，
- (b) 当  $t = 4$  时  $\frac{dV}{dA}$  的值。

8. 已知  $x$  与  $y$  之间的关系可用  $y = Ae^{kx}$  模拟，其中  $A$  及  $k$  均为常数，且  $A > 0$ 。下表显示一些  $x$  值及其对应的  $y$  值。

$x$	2	4	6	8
$y$	120 000	12 000	1 200	120

- (a) 将  $\ln y$  表示为  $x$  的线性函数。
- (b) 利用图像估计  $A$  及  $k$  的值准确至一位小数。
- (c) 利用 (b) 的结果，估计当  $x = 10$  时  $y$  的值。
9. 设  $A$  与  $B$  为两事件。 $B'$  为  $B$  的互补事件。假定  $P(A) = 0.5$ 、 $P(B) = 0.6$  及  $P(A \cup B') = 0.7$ 。
- (a) 求  $P(A \cap B')$ 。
- (b)  $A$  与  $B$  是否独立? 解释你的答案。
- (c) 求  $P(B|A)$ 。
10. 苏珊有 6 本平装书及 2 本精装书。她随机选取 4 本书作捐赠。设  $X$  为代表她选取精装书的数目的随机变量。求
- (a)  $X$  的概率分布，
- (b)  $E(X)$  及  $E(X^2)$ ，
- (c)  $\text{Var}(X)$  及  $\text{Var}(3X + 2)$ 。
11. 假设一随机变量  $X \sim B(6, p)$ 。已知  $E(X) = 0.9$ 。求
- (a)  $\text{Var}(X)$ ，
- (b)  $P(X = 4)$ ，
- (c)  $P(X < 3)$ 。

高中数学延伸部分专责委员会 (照顾学习多样性的强化措施)  
所建议的简易短题目示例

12. 柠檬的重量依循一平均值为  $\mu$  g 及标准偏差为  $\sigma$  g 的正态分布。已知1.97%的柠檬重于115 g 及有3.92%的柠檬轻于 85 g。求
- (a)  $\mu$  及  $\sigma$ ,
  - (b) 一个随机选取的柠檬的重量介乎 90 g 与 110 g 之间的概率。
13. 某商店每分钟接获的来电数目依循一平均值为 0.3的泊松分布。求
- (a) 某分钟内没有收到来电的概率,
  - (b) 某分钟内收到少于 3 个来电的概率,
  - (c) 某两分钟内收到来电多于 2 个的概率。
14. 假设某类型电池的寿命依循一平均值为  $\mu$  小时及标准偏差为  $\sigma$  小时的正态分布。现进行调查以估计  $\mu$ 。随机选取 49 枚电池组成一个样本, 得知  $\mu$  的 95% 置信区间为 (18.6, 27.8)。
- (a) 求  $\sigma$ 。
  - (b) 求样本平均值。
  - (c) 若选取电池组成另一随机样本, 求最小样本容量使得  $\mu$  的 90% 置信区间的宽度小于8。
15. 某公司以生产线  $X$  和生产线  $Y$  制造可折迭电风扇。已知所有可折迭的电风扇中有 5% 失灵, 且由生产线  $X$  所制造的可折迭电风扇中有 4% 失灵。在正常运作的可折迭电风扇中, 其中60% 是由生产线  $Y$  所制造的。假设随机选取一个可折迭电风扇。
- (a) 求该可折迭电风扇是由生产线  $Y$  制造且能正常运作的概率。
  - (b) 求该可折迭电风扇是由生产线  $X$  制造的概率。
  - (c) 已知该可折迭电风扇是由生产线  $Y$  制造, 求该可折迭电风扇能正常运作的概率。